

الصفحة	1
	2

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة العادية 2009  
الموضوع

المملكة المغربية  
وزارة التكوين المهني والتدريب  
والتعليم العالي  
وتكوين الأطر  
والبحث العلمي  
المركز الوطني للتقويم والإمتحانات



C:NS22

7	المعامل:	الرياضيات	المادة:
3	مدة الإجازة:	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعب (ة) أو المسلك:

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة .

### التمرين الأول ( 3 ن )

- نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط  $A(-2, 2, 8)$  و  $B(6, 6, 0)$  و  $C(2, -1, 0)$  و  $D(0, 1, -1)$  و مجموعة النقط  $M$  من الفضاء التي تحقق  $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$  .
- 1 0.75 حدد مثلوث إحداثيات المنجهة  $\vec{OC} \wedge \vec{OD}$  واستنتج أن  $x+2y+2z=0$  هي معادلة ديكارتية للمستوى  $(OCD)$  .
  - 2 0.5 تحقق من أن  $(S)$  هي الفلكة التي مركزها  $\Omega(2, 4, 4)$  وشعاعها 6 .
  - 3 0.5 أ- احسب مسافة النقطة  $\Omega$  عن المستوى  $(OCD)$  .  
ب- استنتج أن المستوى  $(OCD)$  مماس للفلكة  $(S)$  .
  - ج- تحقق من أن :  $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0$  ثم استنتج أن النقطة  $O$  هي نقطة تماس الفلكة  $(S)$  والمستوى  $(OCD)$  .

### التمرين الثاني ( 3 ن )

- نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  التي إحداثياتها على التوالي هي :  $a=2-2i$  و  $b=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$  و  $c=1-\sqrt{3}+(1+\sqrt{3})i$  .
- 1 1 اكتب على الشكل المثلي كلا من العددين العقديين  $a$  و  $b$  .
  - 2 0.75 نعتبر الدوران  $R$  الذي مركزه النقطة  $O$  وزاويته  $\frac{5\pi}{6}$  .  
أ- ليكن  $z'$  لحق نقطة  $M$  من المستوى العقدي و  $z'$  لحق النقطة  $M'$  صورة  $M$  بالدوران  $R$  بين أن :  $z' = bz$  .  
ب- تحقق من أن النقطة  $C$  هي صورة النقطة  $A$  بالدوران  $R$  .
  - 3 0.75 بين أن :  $\arg c = \arg a + \arg b [2\pi]$  ثم حدد عمدة للعدد العقدي  $c$  .

### التمرين الثالث ( 3 ن )

- يحتوي صندوق على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء و 5 كرات حمراء ( لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .  
نسحب عشوائيا وتأنيا ثلاث كرات من الصندوق .
- 1 1.5 نعتبر الحدثين التاليين :  
A : الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون ' و B : الحصول على ثلاث كرات مختلفة اللون مثلي مثلي .  
بين أن :  $P(A) = \frac{3}{44}$  و  $P(B) = \frac{3}{11}$  .
  - 2 0.25 ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة لثلاث كرات بعدد الألوان التي تحملها .  
أ- حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي  $X$  .  
ب- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  و احسب الأمل الرياضي  $E(X)$  .

27/05/09 - 10H

للتمرين الرابع (2 ن)

نضع :  $I = \int_{-2}^{-1} \frac{x}{x+3} dx$  و  $J = \int_{-2}^{-1} \ln(2x+6) dx$

1- أ- تحقق من أن :  $\frac{x}{x+3} = 1 - \frac{3}{x+3}$  لكل عدد حقيقي  $x$  يخالف  $-3$  . 0.25

ب- بين أن :  $I = 1 - 3 \ln 2$  . 0.75

2- باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن :  $J = -I$  . 1

مسألة (9 ن)

نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  بحيث :  $f(x) = 2 \ln(e^x - 2\sqrt{e^x} + 2)$

(C) يرمز للمنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد منظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  .

1 ( I ) تحقق من أن :  $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 = (\sqrt{e^x} - 1)^2 + 1$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  ثم استنتج أن مجموعة تعريف الدالة  $f$  هي  $\mathbb{R}$  وأن :  $1 - \frac{2}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{e^x} > 0$  ( $\forall x \in \mathbb{R}$ ) . 0.75

2- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم بين أن :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \ln 4$  و أول هذه النتيجة هندسيا . 0.75

3- أ- بين أن :  $f'(x) = \frac{2\sqrt{e^x}(\sqrt{e^x} - 1)}{(\sqrt{e^x} - 1)^2 + 1}$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  وتحقق من أن  $f'(0) = 0$  . 1

ب- ادرس إشارة  $\sqrt{e^x} - 1$  على  $\mathbb{R}$  واستنتج أن الدالة  $f$  تزايدية على المجال  $[0, +\infty[$  وتناقصية على المجال  $] -\infty, 0 ]$  . 1

4- أ- تحقق من أن :  $f(x) = 2x + 2 \ln \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{e^x} \right)$  ( $\forall x \in \mathbb{R}$ ) . 0.25

ب- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته  $y = 2x$  مقارب للمنحنى (C) بجوار  $+\infty$  . 0.5

5- أ- تحقق من أن :  $e^x - 3\sqrt{e^x} + 2 = (\sqrt{e^x} - 1)(\sqrt{e^x} - 2)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  . 0.25

ب- ادرس إشارة كل من  $\sqrt{e^x} - 2$  و  $(\sqrt{e^x} - 1)(\sqrt{e^x} - 2)$  على  $\mathbb{R}$  . 0.5

ج- استنتج أن :  $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 \leq \sqrt{e^x}$  لكل  $x$  من المجال  $[0, \ln 4]$  . 0.25

د- بين أن :  $f(x) \leq x$  لكل  $x$  من المجال  $[0, \ln 4]$  . 0.5

6- أنشئ المنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف أفضول إحداهما أصغر من  $-1$  و أفضول الأخرى أكبر من  $2$  تحديدهما غير مطلوب ونأخذ  $\ln 4 = 1,4$ ) . 0.75

(II) لتكن  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بما يلي :  $u_0 = 1$  و  $u_{n+1} = f(u_n)$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  .

يمكنك في ما يلي استعمال نتائج دراسة الدالة  $f$  .

1- بين أن :  $0 \leq u_n \leq \ln 4$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  . 0.75

2- بين أن المتتالية  $(u_n)$  تناقصية . 0.75

3- استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  مقاربة، وحدد نهايتها . 1