1- الدائرة المثلثية - الأفاصيل المنحنية - الأفصول المنحني الرئيسي:

• $(\mathscr{C})$ دائرة و I نقطة منها.

يوجد مساران على الدائرة انطلاقا من I :

أحدهما هو منحى دوران عقارب الساعة. عندما نختار أحد المنحنيين نقول إننا وجهنا الدائرة.

نتفق على أن منحى عكس دوران عقارب الساعة هو الموجب أو المباشر.

• عندما نوجه دائرة في المستوى، نكون قد وجهنا كل دوائر المستوى ونقول إننا وجهنا المستوى.

• الدائرة المثلثية هي كل دائرة شعاعها 1 وموجهة توجيها موجبا ومزودة بأصل.

• $(\mathscr{C})$ دائرة مثلثية أصلها I.

الراديان هو قياس زاوية مركزية محصورة بقوس طولها شعاع $(\mathscr{C})$.

تعريف :

• إذا كانت M نقطة من $(\mathscr{C})$ فإن العدد α طول القوس IM يسمى أفصولا منحنيا للنقطة M.

• كل الأعداد $\alpha+2k\pi$ حيث $k\in\mathbb{Z}$ هي أفاصيل منحنية للنقطة M.

خاصية :

إذا كان α و β أفصولين لنفس النقطة M، فإنه يوجد عدد k من $\mathbb{Z}$ بحيث $\alpha-\beta=2k\pi$.

خاصية و تعريف:

نقطة من الدائرة المثلثية $(\mathscr{C})$. يوجد أفصول وحيد للنقطة M ينتمي إلى المجال $]-\pi,\pi]$.

هذا الأفصول يسمى الأفصول المنحني الرئيسي لـ M.

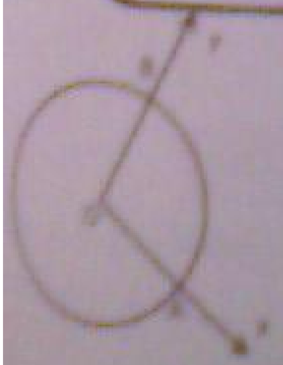
2- الزاوية الموجهة لنصفي مستقيم لهما نفس الأصل :

تعريف:

في المستوى الموجه، نعتبر نصفي مستقيم $[Ox)$ و $[Oy)$

الزاوية الموجهة لنصفي المستقيم هي الزاوية المحددة بالزوج $([Ox),[Oy))$ ونرمز لها بالرمز $(\widehat{Ox,Oy})$

3- قياسات زاوية موجهة - القياس الرئيسي لزاوية موجهة، علاقة شال :



تعريف:

ليكن α و β أفصولين منحنيين للنقطتين A و B على التوالي

• الأعداد $\beta-\alpha+2k\pi$ حيث $k\in\mathbb{Z}$ قياسات للزاوية الموجهة $(\widehat{Ox,Oy})$.

نكتب : $\overline{(\widehat{\vec{Ox}, \vec{Oy}})} = \beta - \alpha \ [2\pi]$

لدينا $\overline{(\vec{Ox}, \vec{Oy})} = \overline{(\vec{OA}, \vec{OB})} \ [2\pi]$

خاصية وتعريف :

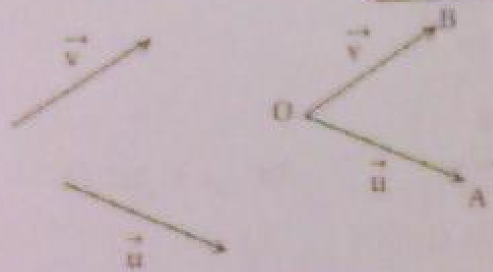
يوجد قياس وحيد للزاوية الموجهة $(\widehat{\vec{Ox}, \vec{Oy}})$ ينتمي إلى $]-\pi, \pi]$، نسميه القياس الرئيسي للزاوية الموجهة $(\widehat{\vec{Ox}, \vec{Oy}})$.

مبرهنة : علاقة شال

لكل ثلاثة أنصاف مستقيمات $[Ox)$ و $[Oy)$ و $[Oz)$ لدينا $\overline{(\vec{Ox}, \vec{Oy})} + \overline{(\vec{Oy}, \vec{Oz})} = \overline{(\vec{Ox}, \vec{Oz})} \ [2\pi]$

4- الزاوية الموجهة لمتجهتين غير منعدمتين :

تعريف :



الزاوية الموجهة للمتجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ هي الزاوية $(\widehat{\vec{OA}, \vec{OB}})$ ونرمز لها $(\widehat{\vec{u}, \vec{v}})$ بالرمز قياسات الزاوية $(\widehat{\vec{u}, \vec{v}})$ هي قياسات الزاوية $(\widehat{\vec{OA}, \vec{OB}})$.

خاصيات :

$\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\vec{w}$ ثلاثة متجهات غير منعدمة. لدينا :

1) $\overline{(\vec{v}, \vec{u})} = -\overline{(\vec{u}, \vec{v})} \ [2\pi]$

2) $\overline{(-\vec{u}, -\vec{v})} = \overline{(\vec{u}, \vec{v})} \ [2\pi]$

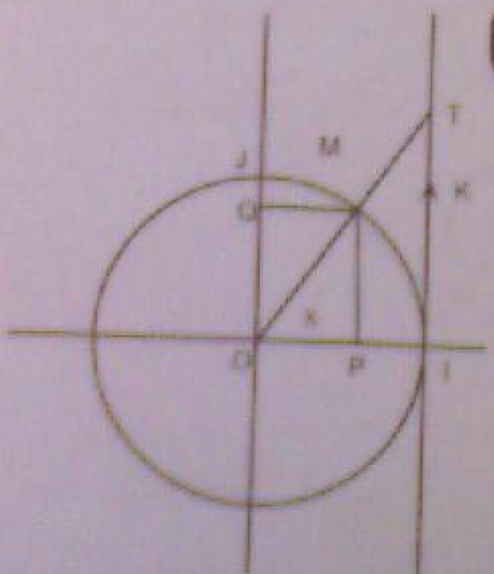
3) $\overline{(-\vec{u}, \vec{v})} = \overline{(\vec{u}, -\vec{v})} = \pi + \overline{(\vec{u}, \vec{v})} \ [2\pi]$

4) $\overline{(\vec{u}, \vec{u})} = 0 \ [2\pi]$

5) علاقة شال $\overline{(\vec{u}, \vec{v})} + \overline{(\vec{v}, \vec{w})} = \overline{(\vec{u}, \vec{w})} \ [2\pi]$

5- النسب المثلثية لعدد حقيقي :

تعريف :



M نقطة من الدائرة المثلثية أفصولها x.

لدينا : $\begin{cases} \cos(x) = \overline{OP} \\ \sin(x) = \overline{OQ} \end{cases}$

تعريف :

$\tan(x) = \overline{IT}$

إذا كان $x \neq \frac{\pi}{2} \ [\pi]$

أي $(M \neq J' \ , \ M \neq J)$

خاصية :

إذا كان $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ لكل k من $\mathbb{Z}$ فإن $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$

تعريف :

النسب المثلثية لزاوية متجهتين هي النسب المثلثية لقياس هذه الزاوية :

$$\cos\left(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}\right) = \cos\left(\overline{\vec{u}, \vec{v}}\right)$$

$$\sin\left(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}\right) = \sin\left(\overline{\vec{u}, \vec{v}}\right)$$

$$\tan\left(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}\right) = \tan\left(\overline{\vec{u}, \vec{v}}\right)$$

6- العلاقات بين النسب المثلثية :

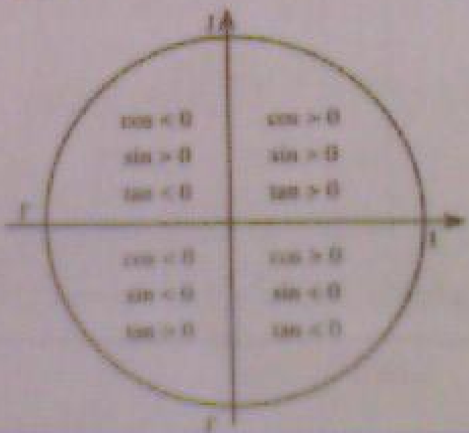
1) لكل x من IR.
$$\begin{cases} -1 \leq \cos(x) \leq 1 \\ -1 \leq \sin(x) \leq 1 \end{cases}$$

2) لكل x من IR. $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$

3) لكل x من IR. لكل x من $\mathbb{Z}$
$$\begin{cases} \cos(x + 2k\pi) = \cos(x) \\ \sin(x + 2k\pi) = \sin(x) \end{cases}$$

4) لكل x من IR. بحيث $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ لكل x من $\mathbb{Z}$ $1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$

5) إشارات النسب المثلثية



7- النسب المثلثية للزوايا الإعتيادية :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin (x)	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos (x)	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan (x)	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$