دراسة الدوال

الثانية سلك بكالوريا علوم تجريبية

A- الأنشطة

تمرين1

1- حدد رتابة الدالة f و مطاريفها النسبية أو المطلقة إن وجدت في الحالات التالية .

أ- $f(x)=x(x-3)^2$ ب- $f(x)=x-\arctan x$ ج- $f(x)=\sqrt[3]{x^3-x}$

2- حدد عدد جذور المعادلة $x^3+2x^2-7x+1=0$

تمرين 2

أدرس تقعر C_f منحنى الدالة و حدد نقط انعطافه في الحالتين التاليتين(إن كان ممكنا) .

أ- $f(x)=x^4-2x^3-13x$

ب- $f(x)=x|x|$

لاحظ أن f غير قابلة للاشتقاق مرتين في 0 و مع ذلك تقبل نقطة انعطاف في $O(0;0)$)

ج- $f(x)=\cos x-\sin x$

تمرين 3

حدد المقاربات إن وجدت - أعط الاتجاهات لمقاربة في الحالات التالية

أ- $f(x)=\dfrac{x^2+1}{-2x^2+x+3}$ ب- $f(x)=\sqrt[3]{x+1}$ ج- $f(x)=\dfrac{x^2+2x}{x-1}$

د - $f(x)=x+\sqrt{x}$ ر- $f(x)=x+\sin 2\pi x$

تمرين4

1- نعتبر $f(x)=x^3-3x^2+x+3$ بين ان $A(1;2)$ مركز تماثل للمنحنى C_f

2- نعتبر $f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$ بين ان المستقيم الذي معادلته $x=\dfrac{5}{2}$ محور تماثل للمنحنى C_f

B- تذكير مع بعض الاضافات

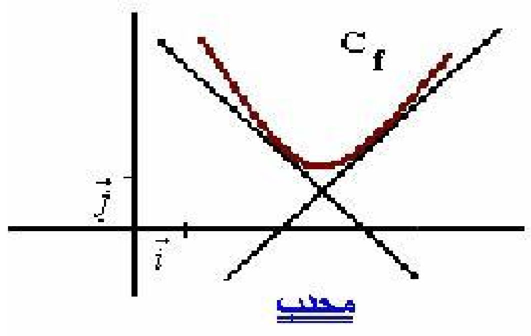
1- تقعر منحنى دالة -- نقطة انعطاف

1-1تعريف

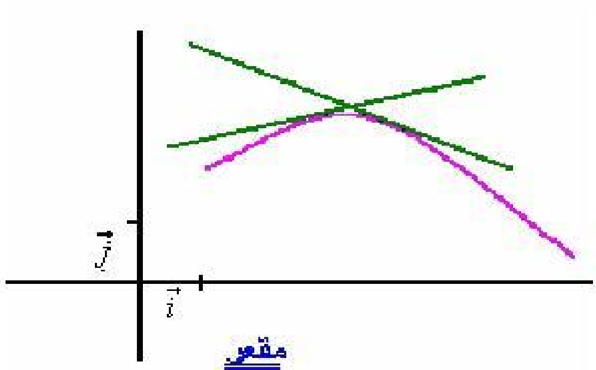
لتكن f قابلة للاشتقاق على مجال I

نقول إن المنحنى (C_f)محدب إذا كان يوجد فوق جميع مماساته

نقول إن المنحنى (C_f) مقعر إذا كان يوجد تحت جميع مماساته



محدب



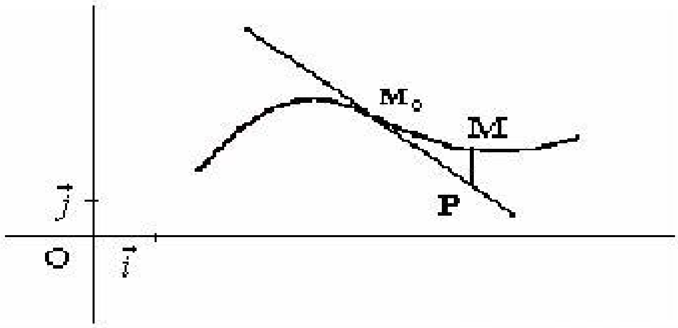
مقعر

2-1 تعريف

لتكن f قابلة للاشتقاق على مجال I و (T) مماسا للمنحنى (C_f) في النقطة $M_0(x_0;f(x_0))$.

لتكن M و P نقطتين لهما نفس الأفصول وينتميان على التوالي إلى (C_f) و (T) إذا انعدم $\overline{PM}$ في x_0 و تغيرت إشارته في مجال مفتوح مركزه x_0 فإن

النقطة M_0 نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)



3-1 خاصيات

f دالة قابلة الاشتقاق مرتين على مجال I

* إذا كانت f'' موجبة على I فإن (C_f) يكون محدبا على I
* إذا كانت f'' سالبة على I فإن (C_f) يكون مقعرا على I
* إذا كانت f'' تنعدم في x_0 من المجال I وكان يوجد $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$ بحيث إشارة f'' على $]x_0,x_0+\alpha[$ مخالفة لإشارة f'' على $]x_0-\alpha,x_0[$ فإن $M_0(x_0;f(x_0))$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

ملاحظة قد لا تكون الدالة f قابلة للاشتقاق مرتين ويكون مع ذلك لمبيانها نقطة انعطاف

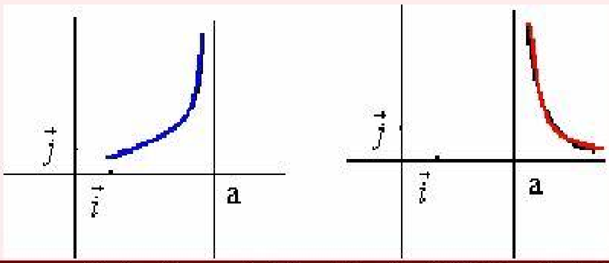
- الفروع اللانهائية

1-2 تعريف

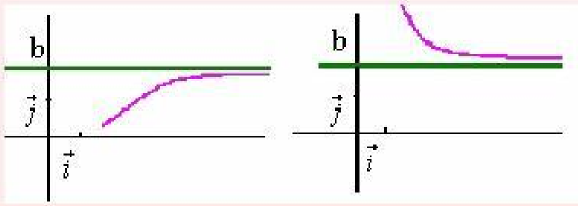
إذا آلت إحدى إحداثيتي نقطة من C منحنى دالة إلى اللانهاية فإننا نقول إن C يقبل فرعا لانهائيا.

2-2 مستقيم مقارب لمنحنى

* اذا كان $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=\pm\infty$ أو $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)=\pm\infty$ فان المستقيم الذي معادلته $x=a$ مقارب ل C_f



* اذا كان $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=b$ فان المستقيم ذا المعادلة $y=b$ مقارب ل C_f.

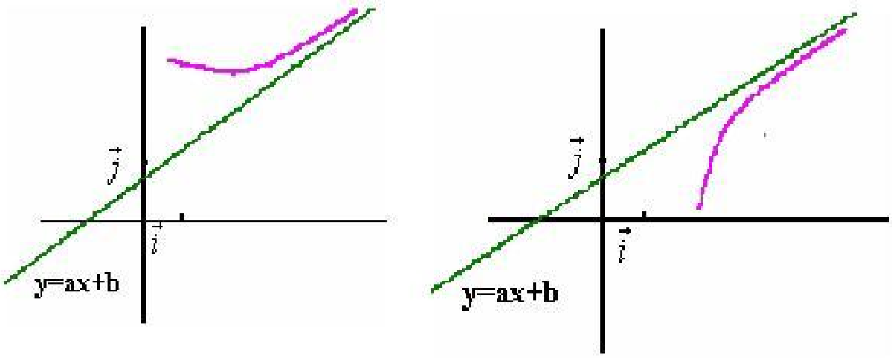


** يكون المستقيم الذي معادلته $y = ax + b$ مقارب للمنحنى C_f إذا وفقط إذا كان $\lim\limits_{x\to\pm\infty}(f(x)-(ax+b))=0$

خاصية

يكون المستقيم ذو المعادلة $y = ax + b$ مقارب لمنحنى C_f إذا وفقط إذا كان

$$\left(\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=a \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty}(f(x)-ax)=b\right) \quad \text{أو} \quad \left(\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=a \quad ; \quad \lim_{x\to-\infty}(f(x)-ax)=b\right)$$



ملاحظة دراسة إشارة $(f(x)-(ax+b))$ تمكننا من معرفة وضع المنحنى (C_f) بالنسبة للمقارب المائل.

2-3- الاتجاهات المقاربة

تعاريف

أ – إذا كان $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\pm\infty$ $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x}=\pm\infty$ نقول إن (C_f) يقبل محور الأراتيب كاتجاه

مقارب.

ب - إذا كان $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\pm\infty$ و $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x}=0$ نقول إن (C_f) يقبل محور الأفاصيل كاتجاه مقارب.

ج - إذا كان $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\pm\infty$ و $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x}=a$ و $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)-ax=\pm\infty$ نقول إن (C_f) يقبل المستقيم ذا المعادلة y= ax كاتجاه مقارب

بصفة عامة

إذا كان $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\pm\infty$ و $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x}=a$ نقول إن (C_f) يقبل المستقيم ذا المعادلة y= ax كاتجاه مقارب.

3 - مركز تماثل – محور تماثل

3- 1 خاصية

في معلم متعامد , يكون المستقيم الذي معادلته x = a محور تماثل لمنحنى دالة f إذا وفقط إذا كان

$f(2a-x)=f(x) \quad \forall x\in D_f$

3-2 خاصية

في معلم ما تكون النقطة E (a ;b) مركز تماثل لدالة f إذا وفقط إذا كان $f(2a-x)=2b-f(x) \quad \forall x\in D_f$

4- الدالة الدورية

4-1 تعريف

نقول أن f دالة دورية إذا وجد عدد حقيقي T موجب قطعا بحيث

$f(x+T)=f(x) \quad x-T\in D_f \; ; \; x+T\in D_f \quad \forall x\in D_f$

العدد T يسمى دور الدالة f .اصغر دور موجب قطعا يسمى دور الدالة f

4- 2 خاصية

إذا كانت للدالة f دور T فان $f(x+nT)=f(x) \quad \forall x\in D_f , \forall n\in\mathbb{Z}$

4-3 خاصية

إذا كانت f دالة دورية و T دورا لها فان منحنى الدالة f على $D_f\cap[x_0+nT;x_0+(n+1)T[$ هو صورة منحنى الدالة على $D_f\cap[x_0,x_0+T[$ بواسطة الإزاحة ذات المتجهة $nT\cdot\vec{i}$ حيث n عدد صحيح نسبي.